

令和6年度一般選抜  
個別学力試験問題(前期日程)

数 学

[医学部・医学科]  
[総合理工学部・数理科学科]

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は4枚です。指示があってから確認し、  
解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。  
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

(1) 方程式  $9^x - 3^x = 1$  を解け。

(2) 方程式  $25^x - 15^x = 9^x$  を解け。

2  $O$  を座標平面の原点とし、平面上の2点  $P$  と  $Q$  が  $|\overrightarrow{OP} - 2\overrightarrow{OQ}| = 1$ ,  $|2\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = 1$  をみたしながら動くとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\overrightarrow{OP} - 2\overrightarrow{OQ}$  と  $2\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}$  のなす角が  $0$  のときの  $|\overrightarrow{OP}|$  を求めよ。また、 $\overrightarrow{OP} - 2\overrightarrow{OQ}$  と  $2\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}$  のなす角が  $\pi$  のときの  $|\overrightarrow{OP}|$  を求めよ。

(2)  $|\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{OQ}|$  のとる最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とするとき、 $M$  と  $m$  の値を求めよ。

3 関数  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = (-x^2 + 2) \sin x - 2x \cos x \quad (0 < x < \pi)$$

$$g(x) = \frac{\sin x}{x} \quad (0 < x < \pi)$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  を用いてよい。

- (1)  $f(x) = 0$  をみたす  $x$  はただ 1 つであることを示せ。
- (2)  $f(x) = 0$  をみたす  $x$  の値を  $\alpha$  とする。関数  $y = g(x)$  の増減、グラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。ただし、 $\alpha$  と  $g(\alpha)$  の値を求める必要はない。
- (3)  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  に対し、

$$\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx > \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t} g(x) dx$$

が成り立つことを示せ。

4 次の問いに答えよ。

- (1)  $(x+1)^5$  を展開せよ。
- (2)  $p$  を素数、 $k$  を  $0 < k < p$  をみたす自然数とするとき、 ${}_p C_k$  は  $p$  の倍数であることを示せ。ただし、 ${}_p C_k$  は  $p$  個から  $k$  個取る組合せの総数とする。
- (3)  $p$  を素数、 $n$  を自然数とするとき、 $n^p - n$  は  $p$  の倍数であることを、数学的帰納法によって証明せよ。